Chapitre MF2 – Fluide en écoulement stationnaire

I) Premier principe pour un écoulement stationnaire

1) Débit massique

Soit une conduite de section S. Pendant un intervalle de temps dt, une masse de fluide δm traverse la surface S. On appelle **débit massique** ou **débit de masse** le rapport :

$$D_m = \frac{\delta m}{dt}$$

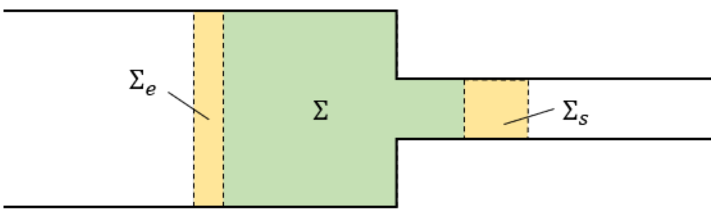
<u>Définition</u> :

Un écoulement est dit **stationnaire** si, en un point donné quelconque du fluide, les grandeurs physiques qui caractérisent le fluide sont indépendantes du temps.

<u>Propriété</u> :

Pour un fluide en écoulement stationnaire, le débit massique se conserve : il est le même à travers toute surface.

<u>Démonstration</u> :



On note Σ une surface de contrôle (fixe) et Σ^* un système fermé.

- $\Sigma^*(t) = \Sigma(t) + \Sigma_e$
- $\Sigma^*(t+dt) = \Sigma(t+dt) + \Sigma_s$

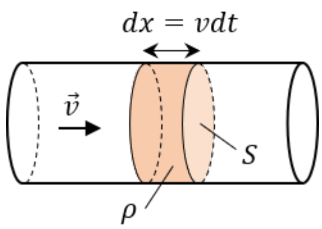
Le système Σ^* étant **fermé**, il n'échange pas de matière avec le milieu extérieur.

$$m_{\Sigma^*}(t) = m_{\Sigma^*}(t+dt) \quad \Rightarrow \quad m_\Sigma(t) + \delta m_e = m_\Sigma(t+dt) + \delta m_s$$

L'écoulement étant stationnaire, la masse contenue dans la surface de contrôle ne varie pas dans le temps.

$$m_\Sigma(t) = m_\Sigma(t+dt) \quad \Rightarrow \quad \delta m_e = \delta m_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{D_{m,e} = D_{m,s}}$$

De plus, la masse traversant la surface S pendant dt est la masse contenu dans un cylindre sur surface S et de hauteur $dx = vdt$. Ainsi,



$$D_m = \frac{\delta m}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = \frac{\rho S dx}{dt} = \rho S v$$

<u>Bilan</u> : pour un écoulement stationnaire

$$\boxed{D_m = \frac{\delta m}{dt} = \rho S v = cte}$$

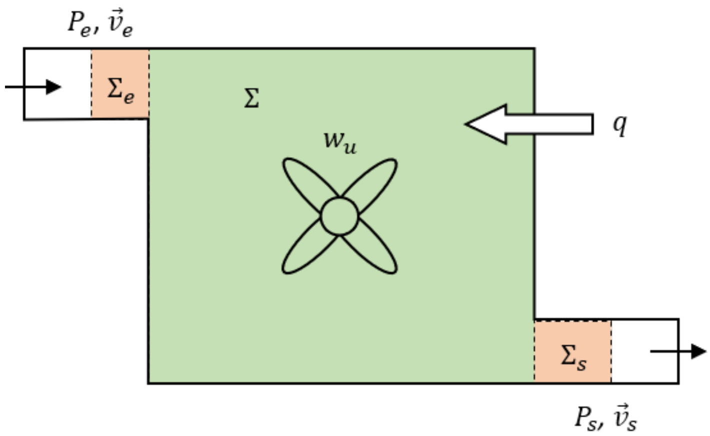
<u>Remarque</u> :

Le D_m pour un écoulement stationnaire et analogue à l'intensité électrique (= débit de charge) pour les circuits dans l'ARQS.

- Dans une branche, D_m se conserve.
- En cas d'embranchement, on a une loi des nœuds : $\sum D_{m,e} = \sum D_{m,s}$

2) Premier principe industriel

On considère une surface de contrôle Σ qui représente le fluide dans un organe de machine (détendeur, compresseur, turbine, échangeur thermique, etc). Le fluide est en écoulement stationnaire, Σ est donc un système ouvert.



On définit Σ^* un système fermé sur lequel on va pouvoir appliquer le premier principe de la thermodynamique.

- $\Sigma^*(t) = \Sigma(t) + \Sigma_e$
- $\Sigma^*(t+dt) = \Sigma(t+dt) + \Sigma_s$

PP sur Σ^* entre les instants t et $t+dt$:

$$d\mathcal{E}_m^* + dU^* = \delta W_{fp} + \delta W_u + \delta Q$$

Additivité de l'énergie :

- $U^*(t) = U(t) + U_e = U(t) + \delta m_e u_e$
- $U^*(t+dt) = U(t+dt) + U_e = U(t+dt) + \delta m_s u_s$

Écoulement stationnaire : $U(t+dt) = U(t)$

Conservation du débit massique : $\delta m_e = \delta m_s = \delta m$

On en déduit :

$$\boxed{dU^* = U^*(t+dt) - U^*(t) = (u_s - u_e)\,\delta m}$$

Même raisonnement pour l'énergie mécanique :

$$\boxed{d\mathcal{E}_m^* = (e_{m,e} - e_{m,s})\,\delta m}$$

Travail des forces de pression :

- Sur la surface d'entrée :

$$\delta W_{fp,e} = -P_e dV_e = -P_e\Big(\underbrace{V_e(t+dt)}_{=\,0} - \underbrace{V_e(t)}_{=\,v_e\delta m}\Big) = P_e v_e \delta m \quad \text{avec :} \quad v_e \text{ : volume massique à l'entrée}$$

- Sur la surface de sortie :

$$\delta W_{fp,s} = -P_s dV_s = -P_s\Big(\underbrace{V_s(t+dt)}_{=\,v_s\delta m} - \underbrace{V_s(t)}_{=\,0}\Big) = -P_s v_s \delta m \quad \text{avec :} \quad v_s \text{ : volume massique à la sortie}$$

Travail utile et chaleur :

$$\delta W_u = w_u \delta m \quad \text{et} \quad \delta Q = q\delta m$$

Le PP donne donc :

$$(e_{m,e} - e_{m,s})\,\delta m + (u_s - u_e)\,\delta m = (P_e v_e - P_s v_s)\,\delta m + (w_u + q)\,\delta m$$

On divise par δm et on fait apparaître l'enthalpie :

$$(e_{m,e} - e_{m,s}) + \underbrace{(u_s + P_s v_s)}_{= h_s} - \underbrace{(u_e + P_e v_e)}_{= h_e} = w_u + q$$

On utilise la notation $\Delta_{e\to s}(g) = g_s - g_e$ pour indiquer la variation d'une grandeur massique g entre l'entrée et la sortie.

$$\boxed{\Delta_{e\to s}(e_m + h) = w_u + q \quad \text{avec :} \quad e_m = e_c + e_p = \frac{v^2}{2} \pm gz \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} + : \text{si axe } z \text{ vers le haut} \\ - : \text{si axe } z \text{ vers le bas} \end{cases}}$$

Remarque :

- Il existe un travail utile δw_u dès que la machine possède une pièce mobile
- Il existe une chaleur q si les parois ne sont pas calorifugées / la transformation pas adiabatique

Au lieu de diviser par δm, au aurait pu diviser par dt pour obtenir le PP sous forme de puissance :

$$\boxed{D_m \times \Delta_{e\to s}(e_m + h) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}}$$

3) Différents organes des machines

Exemples d'organes que l'on retrouve dans les machines.

Détendeur : abaisse la pression du fluide sans échange de chaleur ni de travail.

$$\Delta_{e\to s}(h) = 0$$

Compresseur : augmente la pression du fluide sans échange de chaleur. Le fluide reçoit un travail mécanique (qui peut être réalisé car le compression est branché électriquement).

$$\Delta_{e\to s}(h) = w_u > 0$$

Turbine : dispositif servant à donner (turboréacteur) ou extraire (centrales hydroélectriques, éoliennes) de la puissance mécanique d'un écoulement. Le fluide peut drastiquement changer de vitesse entre l'entrée et la sortie.

$$\Delta_{e\to s}(e_c + h) = w_u \quad \begin{matrix} > 0 \text{ si travail reçu} \\ < 0 \text{ si travail extrait} \end{matrix}$$

Échangeur thermique : canalisations en serpentin, au contact d'un thermostat, servant à donner (évaporateur) ou extraire (condenseur) de la puissance thermique d'un écoulement.

$$\Delta_{e\to s}(h) = q \quad \begin{matrix} > 0 \text{ pour l'évaporateur} \\ < 0 \text{ pour le condenseur} \end{matrix}$$

II) Diagramme de Mollier

1) Présentation

Cycle d'une machine thermique qui utilise un fluide stationnaire $\rightarrow$ diagramme de Clapeyron (P, v)

Cycle d'une machine thermique qui utilise un fluide en écoulement stationnaire $\rightarrow$ diagramme de Mollier (P, h).

La courbe en noire correspond aux courbes de rosée et d'ébullition. Elle délimite le diagramme en 4 régions : à gauche le liquide, à droite le gaz, au milieu le mélange binaire liquide/gaz et en haut le fluide supercritique

Pour aider à la lecture, plusieurs courbes iso sont représentées.

- Isobare $\rightarrow$ horizontale.
- Isenthalpique $\rightarrow$ verticale.
- Isotherme $\rightarrow$ courbe rouge. Côté liquide, elle n'est pas représentée car superposée au isenthalpiques (modèle du fluide incompressible). Dans le binaire liquide/gaz, elle n'est pas représentée car superposée aux isobares. Côté gazeux, elle est quasi-verticale. Si le gaz est parfait : $\Delta h = c_p \Delta T$, donc si $h = cte$ alors $T = cte$. L'isotherme est parfaitement verticale. C'est d'autant plu vrai que P est faible.

- Isochore → courbe verte. On ne va pas s'en servir.
- Isentropique (transformation adiabatique réversible) → courbe bleue.
- Isotitre → courbe noir dans le binaire, indique le titre massique (= fraction massique) en gaz du mélange.

Pourquoi faire changer d'état le fluide ? Parce c'est au cours d'un changement d'état que les échanges d'énergies sont les plus importants ! Prenons par exemple le cas de l'eau sous pression atmosphérique :

- pour élever de 1 °C la température de 1 kg d'eau liquide, il faut lui fournir une énergie de 4,18 kJ ;
- pour faire passer 1 kg d'eau à 100 °C de la phase liquide en phase gazeuse il faut fournir environ 2260 kJ.
- Liste

Dans les machines frigorifiques, le fluide majoritairement utilisé est le 1,1,1,2-tétrafluoroéthane (CF_3CH_2F), aussi appelé R134a, qui n'attaque pas la couche d'ozone.

2) Théorème des moments

Le théorème des moments vu pour le diagramme de Clapeyron marche également dans le diagramme de Mollier.

Dans un mélange L/G, la fraction massique en phase vapeur vaut :

$$\boxed{x_{\text{vap}} = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{tot}}} = \frac{\text{LM}}{\text{LG}} = \frac{h_{\text{M}} - h_{\text{G}}}{h_{\text{L}} - h_{\text{G}}}}$$

3) Application : réfrigérateur

Exercice TD : Réfrigérateur.